
La physique et ses méthodes

Introduction à l'analyse dimensionnelle

Eddie SAUDRAIS

Résumé

Dans ce document, vous trouverez les notions d'analyse dimensionnelle que tout étudiant devrait connaître. Sans aller jusqu'au théorème II de Vaschy et Buckingham, il faut savoir ce qu'est la dimension d'une variable, comprendre la différence entre dimension et unité, et tester rapidement l'homogénéité d'une relation.

Table des matières

1	Dimension d'une grandeur physique	2
2	Grandeurs dimensionnellement indépendantes	2
3	Équation aux dimensions	2
3.1	Les sept grandeurs de base	2
3.2	Écriture d'une équation aux dimensions	3
4	Utilisation de l'analyse dimensionnelle	4
4.1	Homogénéité d'une expression	4
4.2	Mise en pratique	4
4.3	Application à l'électricité	5
4.4	Application à d'autres domaines de la physique	5
5	Dimensions, unités et système international	6
5.1	Les sept unités de base	6
5.2	Équation aux dimensions et unité	7
A	Solutions des exercices	8
B	Utilisation de Maple pour résoudre les exercices	10

1 Dimension d'une grandeur physique

La dimension d'une grandeur est, pour simplifier, sa *nature* physique. Une grandeur peut avoir la dimension d'une longueur, d'une énergie, d'une masse, etc. La notion de dimension est très générale, et ne suppose aucun choix particulier de système d'unités. Une grandeur ayant la dimension d'une longueur — on dit aussi *homogène à une longueur* — peut s'exprimer en mètres, en centimètres, en angströms, en miles, etc.

Ainsi, quand on demande « quelle est la dimension de L ? », il faut répondre « L a la dimension d'une longueur », et non pas, comme le fait la majorité des élèves, « L est en mètres ».

Une grandeur « purement numérique », comme le rapport de deux longueurs, est dite *sans dimension*, ou *adimensionnée*. L'angle plan, défini comme le rapport de deux longueurs, est donc une grandeur sans dimension ; il a cependant une unité (le radian, le degré) !

2 Grandeurs dimensionnellement indépendantes

Soient n grandeurs G_1, G_2, \dots, G_n . S'il existe $n + 1$ grandeurs non nulles sans dimension $k, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ telles que

$$k \prod_i G_i^{\alpha_i} = 1, \quad (1)$$

les grandeurs G_i sont *dimensionnellement liées*. Dans le cas contraire, elles sont *dimensionnellement indépendantes*.

Étant donné un ensemble de grandeurs, pour mettre en évidence une relation du type (1), il faut faire appel à sa culture générale scientifique, comme on peut le voir dans l'exercice 1.

Exercice 1

Les grandeurs suivantes sont-elles dimensionnellement indépendantes ?

1. Une longueur L , un temps T et une vitesse v .
2. Une énergie E , une masse m et une vitesse v .
3. Une énergie E , une masse m et une longueur L .

3 Équation aux dimensions

3.1 Les sept grandeurs de base

On constate que l'on ne peut pas avoir plus de sept grandeurs dimensionnellement indépendantes G_1, G_2, \dots, G_7 . D'après (1), toute grandeur G vérifie donc

$$k G^{\alpha_0} \prod_{i=1}^7 G_i^{\alpha_i} = 1, \quad (2)$$

où $k, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_7$ sont huit grandeurs sans dimension.

La relation (2) peut se mettre sous la forme

$$G = C \prod_{i=1}^7 G_i^{\alpha_i}, \quad (3)$$

où C, a_1, a_2, \dots, a_7 sont huit grandeurs sans dimension.

Le choix des sept grandeurs de base n'est pas unique¹, et les physiciens ont adopté sept grandeurs de base, qui définissent d'ailleurs les unités de base du système international : la masse, la longueur, le temps, l'intensité électrique, la température thermodynamique, l'intensité lumineuse et la quantité de matière (tableau 1).

TAB. 1 – Les sept grandeurs de base du système international

Grandeur	Symbole dimensionnel
masse	M
longueur	L
temps	T
intensité électrique	I
température	Θ
intensité lumineuse	J
quantité de matière	N

3.2 Écriture d'une équation aux dimensions

Soit G une grandeur physique. Sa dimension est notée $[G]$. Par exemple, si G est une longueur, on écrira

$$[G] = L . \quad (4)$$

La relation (4) est l'équation aux dimensions de la grandeur G .

L'équation aux dimensions d'une vitesse v est

$$[v] = LT^{-1} . \quad (5)$$

Plus généralement, une grandeur peut se décomposer selon la relation (3), où G_1 est une longueur, G_2 une masse, G_3 un temps, G_4 une intensité électrique, G_5 une température, G_6 une intensité lumineuse et G_7 une quantité de matière. On en déduit l'écriture générale de l'équation aux dimensions de la grandeur G :

$$[G] = M^{a_1} L^{a_2} T^{a_3} I^{a_4} \Theta^{a_5} J^{a_6} N^{a_7} . \quad (6)$$

L'équation aux dimensions d'une grandeur G sans dimension se réduit à

$$[G] = 1 . \quad (7)$$

Exercice 2

Écrire l'équation aux dimensions des grandeurs suivantes.

1. Le champ de pesanteur g .
2. Une pulsation ω .
3. Une masse volumique ρ .
4. Une charge électrique Q .

1. Il y en a même une infinité!

4 Utilisation de l'analyse dimensionnelle

4.1 Homogénéité d'une expression

Tester l'homogénéité d'une expression est un critère permettant d'éliminer des résultats dont on sait qu'ils sont nécessairement faux.

**Une équation est homogène lorsque
ses deux membres ont la même dimension.**

Le critère de pertinence s'énonce ainsi :

**Une expression non homogène
est nécessairement fautive.**

On peut énoncer les conséquences suivantes :

1. On ne peut additionner que des termes ayant la même dimension.
2. L'argument d'une fonction transcendante (sin, cos, tan, exp, ln, ch, sh, th) doit être sans dimension.

On manipule les dimensions à l'aide des règles suivantes :

1. La dimension du produit de deux grandeurs est le produit des dimensions de chacune des grandeurs.
2. La dimension de A^r est égale à $[A]^r$, où r est un nombre sans dimension.

4.2 Mise en pratique

Comment vérifier l'homogénéité d'une expression? On est tenté d'écrire l'équation aux dimensions de chaque grandeur en utilisant les sept grandeurs de base.

Un étudiant donne l'expression de la constante de temps d'un circuit (R, L) :

$$\tau = \frac{R}{L} . \quad (8)$$

Il « suffit » de déterminer l'équation aux dimensions d'une résistance et d'une inductance... Ce n'est pas la bonne méthode². On évitera d'autant les calculs lourds qu'on aura une bonne culture générale en physique (c'est moral!) :

**On détermine l'homogénéité d'une formule en utilisant
des relations « classiques » entre les grandeurs mises en jeu.**

Dans notre exemple, on connaît bien sûr la loi d'Ohm $u = Ri$, soit dimensionnellement³

$$[u] = [R]I . \quad (9)$$

On connaît aussi la relation entre la tension aux bornes d'une bobine idéale et l'intensité du courant qui la traverse $u = L \frac{di}{dt}$, soit dimensionnellement

$$[u] = [L]IT^{-1} . \quad (10)$$

D'après les équations (9) et (10), on a

$$[R]I = [L]IT^{-1} , \quad (11)$$

soit

² On trouve $[R] = ML^2T^{-3}I^{-2}$ et $[L] = ML^2T^{-2}I^{-2}$.

³ On note bien sûr $[i]=I$; voir tableau 1 page 3.

$$\left[\frac{L}{R} \right] = T. \quad (12)$$

Donc la relation (8) donné par l'étudiant est *nécessairement* fausse.

On n'a utilisé que des relations classiques, supposées bien sûr connues sans erreurs⁴.

4.3 Application à l'électricité

La vérification de l'homogénéité des formules en électricité sera effectuée très rapidement si on connaît quelques relation dimensionnelles simples.

On a bien sûr la définition de l'intensité $i = \frac{dq}{dt}$ qui donne $[q] = IT$, ainsi que la loi d'Ohm.

D'après l'expression de l'impédance d'une résistance, d'une bobine idéale et d'un condensateur idéal, on a

$$[R] = [L\omega] = \left[\frac{1}{C\omega} \right]. \quad (13)$$

On en déduit les grandeurs sans dimensions

$$[RC\omega] = 1, \quad (14)$$

$$[LC\omega^2] = 1. \quad (15)$$

De la relation (14) on déduit $[RC] = T$.

Exercice 3

Vérifier l'homogénéité des résultats suivants.

1. On donne l'évolution d'une tension : $u(t) = u_0 e^{-RCt}$.
2. On donne une impédance : $\underline{Z} = R + jL\omega + \frac{R}{1 + jRC\omega}$.
3. On donne une fonction de transfert : $\underline{H} = \frac{u_s}{u_e} = \frac{1}{1 + j\left(RL\omega - \frac{RC}{\omega}\right)}$.

4.4 Application à d'autres domaines de la physique

Le principe est le même qu'en électricité : on utilise des relations simples, *nécessairement connues sans erreurs* — il faut apprendre son cours ! — qui donnent des relations dimensionnelles utiles.

Exercice 4

Vérifier l'homogénéité des résultats suivants, issus de la mécanique. Le champ de pesanteur est noté g .

1. Avec un ressort de raideur k , la relation $kx^2 = mv$, où x est son allongement et v la vitesse de son extrémité.
2. Une énergie $\mathcal{E} = \frac{J^2}{mr^2}$, où L est un moment d'inertie, m une masse et r une longueur.

⁴ Pour certains, la relation $\tau = \frac{L}{R}$ est « classique » ; il n'y a alors aucun calcul à faire !

3. Une distance $x = \Omega v_0 \sin \lambda \left(\frac{d}{v_0} \right)^2$, où Ω est une pulsation, v_0 une vitesse, d une distance et λ un angle.
4. Le rayon d'une trajectoire d'une particule de masse m , de charge q , lancée avec une vitesse initiale v_0 dans un champ magnétique B : $R = \frac{mv_0}{qB}$.

Exercice 5

Vérifier l'homogénéité des résultats suivants, issus de l'électromagnétisme.

1. On donne le champ électrostatique créé par un fil portant une densité linéique de charges λ uniforme : $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{e}_r$.
2. On donne le potentiel électrostatique à l'extérieur d'un cylindre infini de rayon R portant une charge surfacique σ : $V(r) = V_0 + \sigma R \ln \left(\frac{R}{r} \right)$.
3. On donne le champ magnétique créé sur son axe par un disque de rayon R , portant une charge surfacique σ et tournant à la vitesse angulaire ω : $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2} \sigma \omega (\sqrt{R^2 + z^2} - z) \vec{e}_z$.

5 Dimensions, unités et système international

5.1 Les sept unités de base

Comme on vient de le voir, la notion de dimension est bien plus générale, plus fondamentale — en un mot, *plus physique* ! — que la notion d'unité. La dimension d'une grandeur renseigne sur sa nature physique, son unité est nécessaire pour en effectuer une mesure quantitative. Soit d une longueur. Son équation aux dimensions est tout simplement $[d] = L$. L'unité utilisée pour exprimer sa valeur peut être le mètre, mais aussi le pouce, l'angström, etc.

Le système international d'unités définit sept unités fondamentales, associées justement aux sept grandeurs de base que nous avons utilisées pour écrire l'équation aux dimensions d'une grandeur. Ces unités sont définies par un phénomène particulier⁵. Elle sont rappelées dans le tableau 2.

TAB. 2 – Les unités de base du système international

Grandeur	Unité	Symbole
masse	kilogramme	kg
longueur	mètre	m
temps	seconde	s
intensité électrique	ampère	A
température	kelvin	K
intensité lumineuse	candela	cd
quantité de matière	mole	mol

Quelques remarques :

- le symbole du kelvin est K et non °K ;
- si le nom de l'unité est tiré du nom d'une personne, son nom ne prend pas de majuscule initiale, mais son symbole commence par une majuscule.

⁵ La seconde est la durée de 9 192 634 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.

5.2 Équation aux dimensions et unité

Le système international utilise aussi bon nombre d'unités secondaires, qui se rattachent aux unités de base par une équation aux dimensions⁶.

Dans le domaine de l'électricité, l'unité de base est l'ampère. Quelle est l'unité de la charge électrique dans le système international? On a l'équation aux dimensions $[Q] = IT$. Une charge électrique s'exprime donc en $A \cdot s$.

La charge s'est vue attribuer une unité spéciale dans le système international: le coulomb (C). On a donc $1 C = 1 A \cdot s$.

Exercice 6

1. L'énergie a pour unité le joule (J) dans le système international. Relier cette unité aux unités de base du système international.
2. Même question avec la force, dont l'unité est le newton (N).
3. Même question avec la pression, dont l'unité est le pascal (Pa).
4. Même question avec la résistance, dont l'unité est l'ohm (Ω).
5. Même question avec l'inductance, dont l'unité est le henry (H).
6. Quelle est l'unité, dans le système international, de la constante des gaz parfait R?
7. Même question avec la permittivité diélectrique du vide ϵ_0 .

6. Une unité secondaire est ainsi définie à un constante multiplicative près, sans dimension. Un changement de définition de l'unité permet de faire disparaître cette constante; cette opération s'appelle la *rationalisation*.

A Solutions des exercices

Exercice 1

1. Une longueur est une vitesse que multiplie un temps. On peut écrire $L = kvT$, où k est un nombre sans dimension, soit $1 = kvTL^{-1}$. Les trois grandeurs ne sont pas dimensionnellement indépendantes.
2. On connaît l'expression de l'énergie cinétique d'une particule ponctuelle de masse m : $E = \frac{1}{2}mv^2$; on a donc $1 = kmv^2E^{-1}$ avec $k = 1/2$ dans le cas de l'énergie cinétique. Les trois grandeurs ne sont donc pas dimensionnellement indépendantes.
3. Ces trois grandeurs sont dimensionnellement indépendantes. Une énergie est homogène à une masse multipliée par le carré d'une vitesse; on ne peut pas construire le carré d'une vitesse avec... uniquement une longueur!

Exercice 2

1. Le champ de pesanteur g est une accélération, c'est-à-dire une vitesse divisée par un temps, ou une longueur divisée par le carré d'un temps.

$$[g] = LT^{-2}.$$

2. Une pulsation est un angle divisée par un temps. Un angle est sans dimension. Donc

$$[\omega] = T^{-1}.$$

3. Une masse volumique est une masse divisée par un volume, donc

$$[\rho] = ML^{-3}.$$

4. L'intensité électrique étant une charge divisée par un temps (revenir à la définition), on a

$$[Q] = TI.$$

Exercice 3

1. On sait que $[RC] = T$, donc $[RCt] = T^2$. L'argument de la fonction exponentielle devant être sans dimension, l'expression donnée n'est pas homogène.
2. Chaque terme de la somme doit avoir la dimension de R . On a bien $[L\omega] = R$; comme $[RC\omega] = 1$, le troisième terme a bien $[R]$ pour dimension. L'expression donnée est homogène.
3. La fonction de transfert doit être sans dimension (dans le cas d'une amplification en tension, rapport de deux tensions). Le dénominateur doit donc être sans dimension. Ce n'est pas le cas, car $RL\omega$ n'est pas sans dimension, ni RC/ω . On a d'ailleurs $[RL\omega] = [R^2]$, et $[RC/\omega] = T^2$. L'expression donnée n'est pas homogène.

Exercice 4

1. On sait que kx^2 est homogène à une énergie (cf. l'expression de l'énergie potentielle d'un ressort). Au pire, on peut remarquer que $kx^2 = kx \times x$ a pour dimension le produit d'une force par une longueur, c'est-à-dire un travail, donc une énergie. mv n'a pas la dimension d'une énergie. L'expression donnée n'est donc pas homogène.

- Un moment d'inertie a pour dimension $[J] = ML^2$. Donc $[J^2] = M^2L^4$; le terme $\frac{J^2}{mr^2}$ a donc pour dimension L^2 . L'expression donnée n'est donc pas homogène.
- Le quotient d/v_0 a la dimension d'un temps. On a $[\Omega v_0] = LT^{-2}$, donc $[\Omega v_0(d/v_0)^2] = L$. Le terme $\sin \lambda$ étant sans dimension, l'expression donnée est homogène.
- On peut utiliser la force de Lorentz $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$. Donc $[qB] = [F][v]^{-1}$. On a donc $\left[\frac{mv_0}{qB}\right] = [mv][F]^{-1}[v] = [mv^2]/[F] = \frac{\text{énergie}}{\text{force}}$. Le travail d'une force, produit d'une force par une longueur, ayant la dimension d'une énergie, on a donc $\left[\frac{mv_0}{qB}\right] = L$. L'expression donnée est donc homogène.

Exercice 5

- On connaît le champ créé par une charge ponctuelle, donc $[E] = \frac{\text{charge}}{\varepsilon_0 \text{longueur}^2}$.
On a $[\lambda] = [Q]L^{-1}$, donc ici $[E] = \frac{[Q]}{[\varepsilon_0]L^2}$. L'expression donnée est homogène.
- On connaît le potentiel créé par une charge ponctuelle, donc $[V] = \frac{[Q]}{[\varepsilon_0]L}$. On a $[\sigma] = \frac{[Q]}{L^2}$, donc $[\sigma R] = \frac{[Q]}{L}$. L'expression donnée n'est pas homogène (il manque un ε_0). l'argument du logarithme est sans dimension, il n'y a pas de problème d'homogénéité de ce côté.
- Il est ici utile de connaître le théorème d'Ampère, $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$, qui nous donne $[B]L = [\mu_0]I$, d'où $[B] = [\mu_0]IL^{-1}$. On a $[\sigma] = \frac{[Q]}{L^2} = ITL^{-2}$, soit $[\sigma\omega] = IL^{-2}$. Comme $[(\sqrt{R^2 + z^2} - z)^2] = L$, on a donc la relation $[\mu_0\sigma\omega(\sqrt{R^2 + z^2} - z)^2] = [\mu_0]IL^{-2}L = [\mu_0]IL^{-1}$. L'expression donnée est donc homogène.

Exercice 6

- On part de l'expression de l'énergie cinétique $E = \frac{1}{2}mv^2$. L'équation aux dimensions de l'énergie est donc $[E] = ML^2T^{-2}$, d'où $1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$.
- La relation fondamentale de la dynamique nous dit que l'intensité d'une force est le produit d'une masse par une accélération. On a donc l'équation aux dimensions $[F] = MLT^{-2}$. On en déduit $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- Une pression est une force divisée par une surface. Son équation aux dimensions est donc $[P] = [F]L^{-2} = ML^{-1}T^{-2}$. D'où $1 \text{ Pa} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.
- La puissance dissipée par effet Joule s'écrit $\mathcal{P} = Ri^2$. On a la relation dimensionnelle $[\mathcal{P}] = [E]T^{-1} = ML^2T^{-3}$, d'où $[R] = [\mathcal{P}]I^{-2} = ML^2T^{-3}I^{-2}$. D'où $1 \Omega = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2}$.
- Le plus rapide est de partir de l'expression de l'énergie emmagasinée par une bobine: $E = \frac{1}{2}Li^2$. On a donc l'équation aux dimensions d'une inductance $[L] = [E]I^{-2} = ML^2T^{-2}I^{-2}$, d'où $1 \text{ H} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$.
- L'équation d'état d'un gaz parfait est $pV = nRT$, donc $[T] = [p]L^3N^{-1}\Theta^{-1}$ avec $[P] = ML^{-1}T^{-2}$, d'où $[T] = ML^2T^{-2}\Theta^{-1}N^{-1}$. Dans les unités de base du système international, R s'exprime donc en $\text{kg} \cdot \text{m}^2\text{s}^{-2}\text{K}^{-1}\text{mol}^{-1}$. En remarquant que pV est homogène à une énergie (penser au travail des forces de pression; sinon on a $pV = \text{force/surface} \times \text{volume} = \text{force} \times \text{longueur}$, c'est

le travail d'une force, donc une énergie), on a $[R] = [pV]\Theta^{-1}N^{-1}$. On exprime usuellement R en $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$.

7. La force de Coulomb entre deux charges a pour expression $\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$, d'où $[\epsilon_0] = I^2 T^2 L^{-2} / [F] = I^2 T^2 L^{-2} M^{-1} L^{-1} T^2$, soit $[\epsilon_0] = M^{-1} L^{-3} T^4 I^2$.

B Utilisation de Maple pour résoudre les exercices

On utilise l'extension `anadim` pour résoudre directement les exercices. Tout d'abord, il faut charger l'extension :

```
> with(anadim);
```

```
anadim version 1.3 par Eddie Saudrais 1999
?anadim pour obtenir des informations sur ce package
[eqdim,thpi,loi]
```

Exercice 1

La commande `thpi` permet de construire des variables sans dimensions, notées π_i , à partir des variables données d'un problème.

1. `> thpi(L=longueur,T=temps,v=vitesse);`

$$\pi_1 = \frac{Tv}{L}$$

Les grandeurs L , T et v sont donc dimensionnellement liées.

2. `> thpi(E=energie,m=masse,v=vitesse);`

$$\pi_1 = \frac{mv^2}{E}$$

Les grandeurs E , m et v sont donc dimensionnellement liées.

3. `> thpi(E=energie,m=masse,L=longueur);`

La procédure ne retourne rien ; il est impossible de construire une relation de type (1) avec ces grandeurs qui sont donc dimensionnellement indépendantes.

Exercice 2

La commande `eqdim` retourne l'équation aux dimensions d'une expression donnée.

1. `> eqdim(_g);`

$$\frac{L}{T^2}$$

2. `> eqdim(pulsation);`

$$\frac{1}{T}$$

3. `> eqdim(masse_volumique);`

$$\frac{M}{L^3}$$

4. `> eqdim(charge);`

$$TI$$

Exercice 3

1. $\text{>eqdim}(u_0=\text{tension}, R=\text{resistance}, C=\text{capacite}, t=\text{temps}, u_0 \cdot \exp(-R \cdot C \cdot t));$

L'argument d'une fonction transcendante doit être sans dimension

2. $\text{>eqdim}(Z=\text{resistance}, R=\text{resistance}, C=\text{capacite}, L=\text{inductance}, \omega=\text{pulsation}, Z=R+I \cdot L \cdot \omega+R/(1+I \cdot R \cdot C \cdot \omega));$

Egalité homogène

$$\frac{ML^2}{T^3 I^2}$$

3. $\text{>eqdim}(R=\text{resistance}, C=\text{capacite}, L=\text{inductance}, \omega=\text{pulsation}, 1=1/(1+I \cdot (R \cdot L \cdot \omega - (R \cdot C)/\omega)));$

somme de termes non homogènes

Exercice 4

1. La dimension de la raideur étant été omise dans l'extension `anadim`, on la définit comme le rapport d'une force sur une longueur.

$$\text{>eqdim}(F=\text{force}, L=\text{longueur}, x=\text{longueur}, m=\text{masse}, v=\text{vitesse}, (F/L) \cdot x^2 = m \cdot v);$$

Egalité non homogène

Impossible de déterminer l'équation aux dimensions demandée

2. $\text{>eqdim}(E=\text{energie}, m=\text{masse}, r=\text{longueur}, J=\text{moment_inertie}, E=J^2/(m \cdot r^2));$

Egalité non homogène

Impossible de déterminer l'équation aux dimensions demandée

3. $\text{>eqdim}(x=\text{longueur}, \Omega=\text{pulsation}, v_0=\text{vitesse}, \lambda=\text{angle}, d=\text{longueur}, x=\Omega \cdot v_0 \cdot \sin(\lambda) \cdot (d/v_0)^2);$

Egalité homogène

L

4. $\text{>eqdim}(B=\text{champ_magnetique}, m=\text{masse}, v_0=\text{vitesse}, q=\text{charge}, R=\text{longueur}, R=m \cdot v_0/(q \cdot B));$

Egalité homogène

L