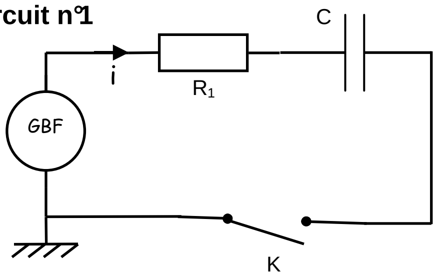
TS	Physique	**Autour de deux dipôles**	Exercice résolu

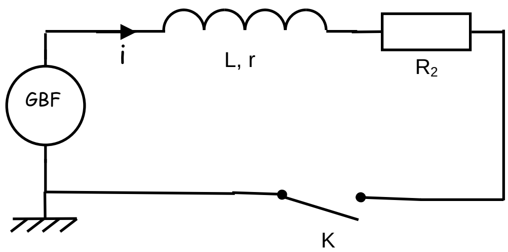
Enoncé

On considère un générateur basse fréquence qui délivre une tension u_G rectangulaire : il s'agit d'une tension périodique, de période T, qui admet pour valeurs : $u_G = E = 6{,}0$ V (pour $0 \le t \le \frac{T}{2}$) et $u_G = 0$ (pour $0 \le t \le \frac{T}{2}$). On réalise deux séries d'expériences au cours desquelles ce générateur alimente successivement les circuits n°1 et n°2 suivants :

Circuit n°1



Circuit n°2

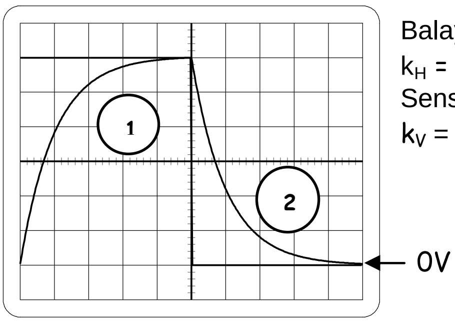


La période T, ajustable, est choisie de façon à visualiser, dans chaque cas, l'établissement du régime permanent à chaque demi-période. Sa valeur est notée T_1 pour le circuit n°1 et T_2 pour le circuit n°2.

Un oscilloscope bi-courbe permet de visualiser en voie Y_1 la tension u_G, et, simultanément, en voie Y_2, la tension u_C aux bornes du condensateur de capacité C (circuit n°1) ou la tension u_2 aux bornes du conducteur ohmique de résistance R_2 (circuit n°2). Afin d'agrandir les oscillogrammes, ceux-ci ont été décalés vers le bas de 3 divisions.

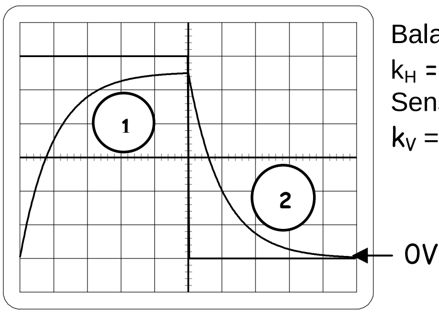
Lorsque les interrupteurs sont fermés, on obtient, dans les deux cas, les oscillogrammes représentés ci-dessous. Les mêmes oscillogrammes sont reportés en annexe 3 pour exploitation.

Circuit n°1



Balayage horizontal : $k_H = 0{,}20$ ms.DIV^{-1}
Sensibilité verticale : $k_V = 1{,}0$ V.DIV^{-1}

Circuit n°2



Balayage horizontal : $k_H = 0{,}50$ ms.DIV^{-1}
Sensibilité verticale : $k_V = 1{,}0$ V.DIV^{-1}

Par la suite, l'oscilloscope sera remplacé par un système d'acquisition qui permet de relever, à divers instants séparés par des intervalles de temps égaux, les valeurs des tensions u_C et u_2. Les données seront alors transférées vers un logiciel de traitement de données.

A. Première partie : étude du circuit n°1

1. Sur le schéma reporté en annexe 1, flécher les tensions des dipôles intervenant et préciser les branchements de l'oscilloscope.

2. Décrire brièvement la signification physique des phases 1 et 2, correspondant respectivement aux deux demi-périodes de la tension du GBF.

3. On note τ_1 la constante de temps du dipôle RC. À l'aide de l'oscillogramme reporté en annexe, déterminer la valeur de la constante de temps par une méthode au choix.

4. Méthode d'Euler :

On cherche à vérifier que la méthode d'Euler permet de retrouver l'oscillogramme du circuit n°1.

Lors de la deuxième phase, la tension u_C vérifie l'équation différentielle suivante : $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau_1}.u_C$

La méthode d'Euler est une méthode de calcul itérative permettant de résoudre numériquement l'équation différentielle. On notera $\Delta t = t_n - t_{n-1}$ la durée constante séparant deux instants consécutifs t_{n-1} et t_n. Ainsi connaissant les valeurs de u_C à la date t_{n-1} et le pas Δt, il est possible de calculer la valeur de u_C à la date t_n. Dans ces conditions, la relation de récurrence permettant de résoudre, pas à pas, l'équation différentielle est : $u_{C(n)} = u_{C(n-1)}.(1 - \frac{\Delta t}{\tau_1})$

a) En choisissant un pas de calcul $\Delta t = 8{,}0 \times 10^{-3}$ ms, montrer que cette relation de récurrence conduit numériquement à la relation[1] :
$\ln(u_{C(n)}) = \ln(u_{C(n-1)}) - 4{,}1 \times 10^{-2}$

b) On considère ci-contre un extrait du tableau des valeurs ayant permis de tracer la courbe n°1 donnée en annexe 2. Deux valeurs ont été effacées. Calculer ces valeurs et placer les points correspondants sur la courbe n°1. Le pas du calcul semble-t-il bien adapté ?

	t(µs)	ln(u_C)
1	94	1,314
2	102	1,274
3	110	?
57	547	0,9975
58	555	-1,037
59	563	?

B. Deuxième partie : étude du circuit n°2

1. Sur le schéma reporté en annexe 1, flécher les tensions des dipôles intervenant et préciser les branchements de l'oscilloscope.

2. Décrire brièvement la signification physique des phases 1 et 2, correspondant respectivement aux deux demi-périodes de la tension délivrée par le GBF.

3. À partir de l'oscillogramme du circuit n°2, déterminez la tension $u_{L\infty}$ aux bornes de la bobine lors du régime permanent de la phase 1.

---

[1] : dans une telle relation, u_C et t représentent **les valeurs numériques** des grandeurs correspondantes, respectivement exprimées en V et en ms. Elles sont alors sans dimension.

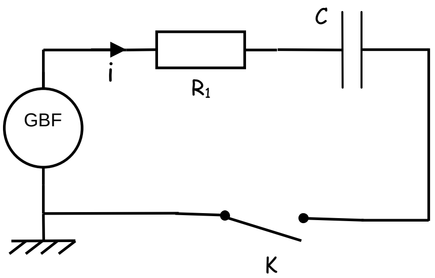
4. Détermination des caractéristiques du circuit à l'aide de données fournies par un système d'acquisition

On montre que, lors de la deuxième phase, l'intensité du courant s'écrit : $i = i_0 . e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ (*)
Afin de déterminer les deux paramètres, i_0 et τ_2, intervenant dans cette expression, on a représenté graphiquement l'évolution de ln(i) en fonction du temps(2). On a obtenu la courbe n°2 donnée en annexe 2.
a) Pourquoi la connaissance des valeurs de u_2 a-t-elle permis d'en déduire celles de i ?
b) Donner la signification physique des constantes i_0 et τ_2.
c) Établir l'expression de ln(i) en fonction du temps à partir de la relation (*).
d) Déterminer l'équation de la courbe. En déduire les valeurs des paramètres i_0 et τ_2.
e) À l'aide de l'oscillogramme n°2 du circuit n°2 (annexe 1) et de la valeur de i_0, déterminer la valeur de la résistance R_2, puis la valeur de la résistance r de la bobine.
f) Déterminer la valeur de l'inductance L.

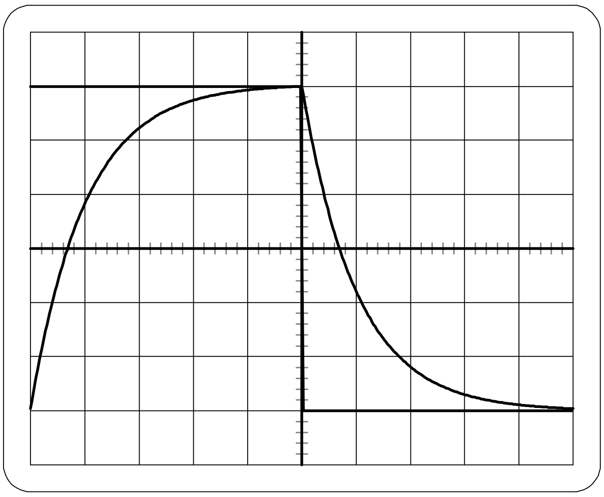
Annexes

Annexe 1

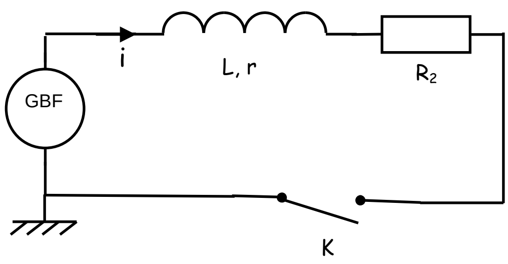
Circuit n°1



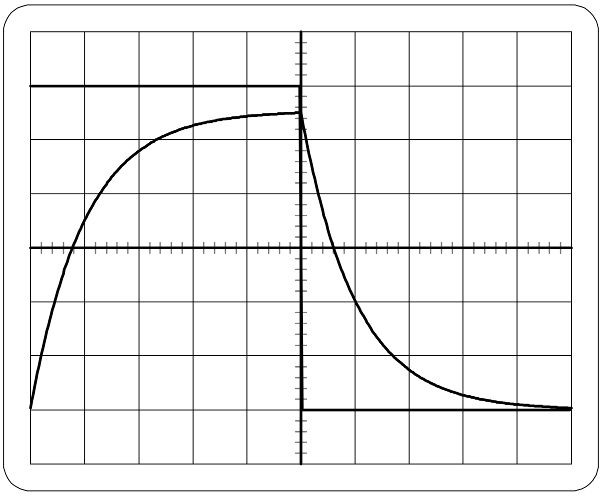
Balayage horizontal :
k_H = 0,20 ms.DIV^{-1}
Sensibilité verticale :
k_V = 1,0 V.DIV^{-1}



Circuit n°2



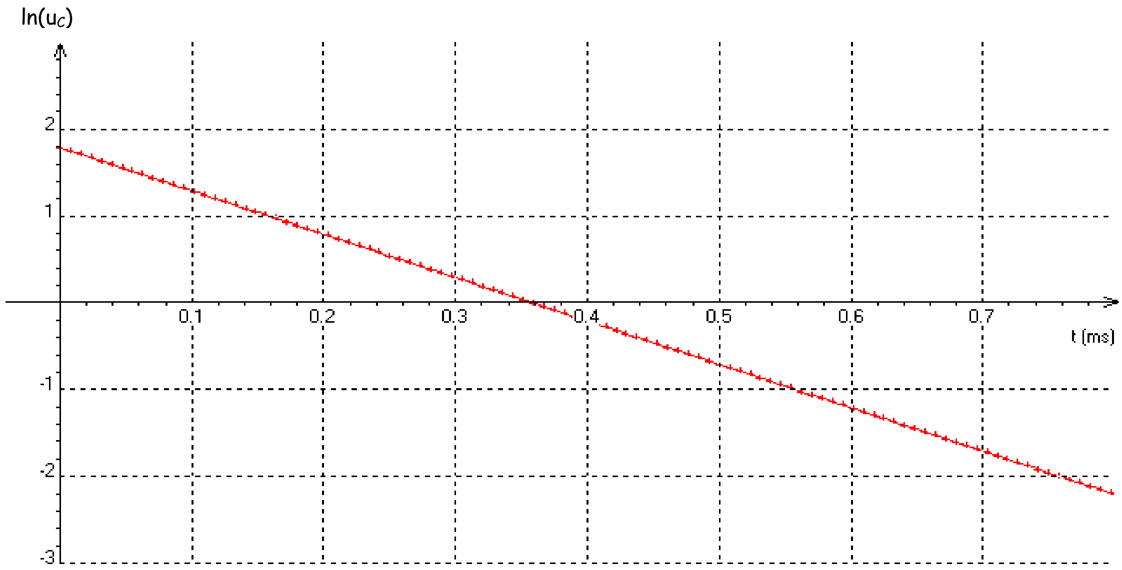
Balayage horizontal :
k_H = 0,50 ms.DIV^{-1}
Sensibilité verticale :
k_V = 1,0 V.DIV^{-1}



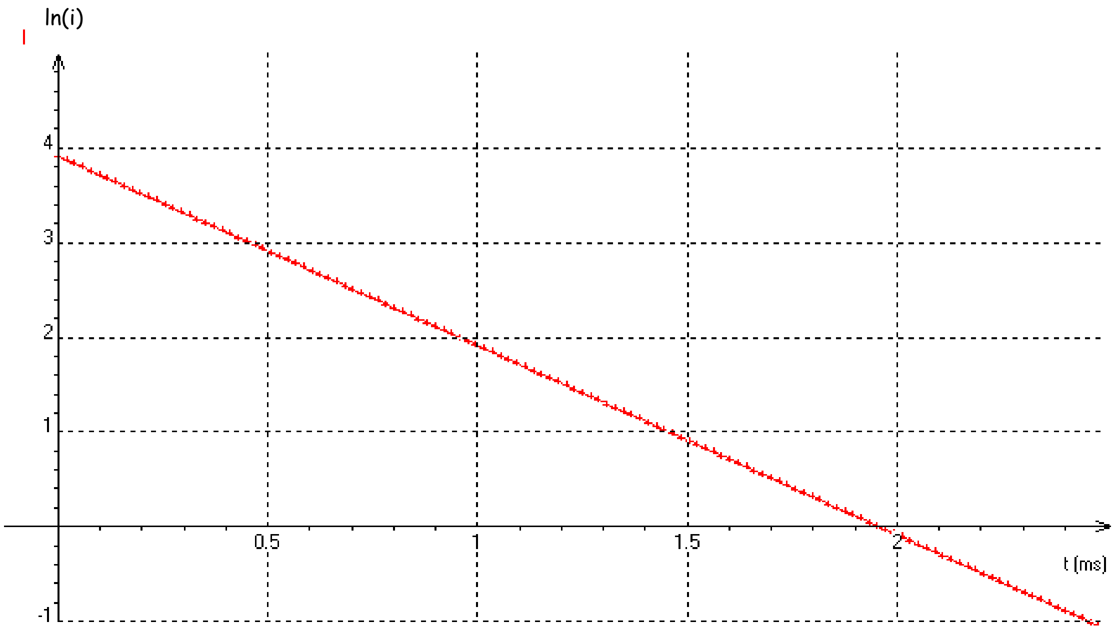
(2) : dans une telle relation, i et t représentent **les valeurs numériques** des grandeurs correspondantes, respectivement exprimées en mA et en ms. Elles sont alors sans dimension.

Annexe 2

Courbe n°1

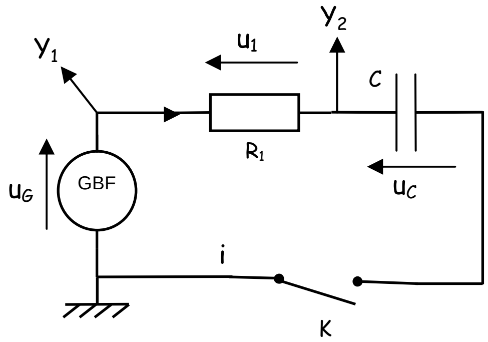


Courbe n°2



Corrigé

A. Première partie : étude du circuit n°1



1. Sur le schéma reporté en annexe 3, flécher les t ensions des dipôles intervenant et préciser les branchements de l'oscilloscope.

2. Décrire brièvement la signification physique des phases 1 et 2, correspondant respectivement aux deux demi-périodes de la tension du GBF.

La phase 1 correspond à la charge du condensateur : lorsque u_G passe de la valeur 0 à la valeur E, la tension u_C croît exponentiellement pour atteindre E.

La phase 2 correspond à la décharge du condensateur : dès que la tension u_G, aux bornes du générateur, s'annule, la tension u_C décroit exponentiellement pour finalement s'annuler.

3. On note τ_1 la constante de temps du dipôle RC. À l'aide de l'oscillogramme reporté en annexe, déterminer la valeur de la constante de temps par une méthode au choix.

La constante de temps est la durée au bout de laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint 63% de sa valeur finale. Sur l'oscillogramme, on lit E = 6,0 V => 0,63.E = 3,8V. Le point d'ordonnée 3,8 V a pour abscisse : τ_1 **= 0,20 ms** (lecture graphique).

4. Méthode d'Euler :

a) En choisissant un pas de calcul Δt = 8,0 x 10^{-3} ms, montrer que cette relation de récurrence conduit numériquement à la relation : $\ln(u_{C(n)}) = \ln(u_{C(n-1)}) - 4,1 \times 10^{-2}$

$$u_{C(n)} = u_{C(n-1)}.(1 - \frac{\Delta t}{\tau_1}) \Rightarrow \ln u_{C(n)} = \ln u_{C(n-1)} + \ln(1 - \frac{\Delta t}{\tau_1})$$

$$\ln(1 - \frac{\Delta t}{\tau_1}) = \ln(1 - \frac{8,0 \times 10^{-3}}{0,20}) = -0,041 \Rightarrow \boxed{\ln u_{C(n)} = \ln u_{C(n-1)} - 4,1 \times 10^{-2}}$$

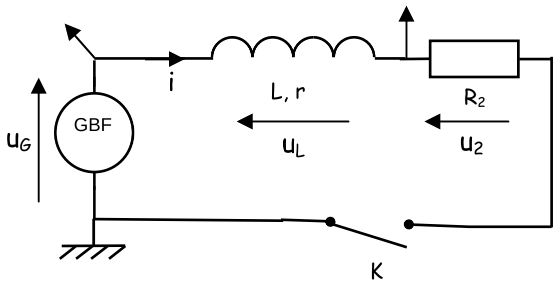
b) On considère ci-contre un extrait du tableau des valeurs ayant permis de tracer la courbe n°1 donnée en annexe 4. Deux valeurs ont été effacées. Calculer ces valeurs et placer les points correspondants sur la courbe n°1. Le pas du calcul semble-t-il bien adapté ?

A la date t_3 = 110 µs, $\ln u_C$ = 1,233 et à la date t_{59} = 563 µs, $\ln u_C$ = -1,078

On place les points A et B de coordonnées : A(110 µs ; 1,233) et B(563µs ; -1,078).

Ces deux points sont bien sur la droite tracée à partir des mesures : le pas du calcul est bien choisi.

B. Deuxième partie : étude du circuit n°2



1. Sur le schéma reporté en annexe 3, flécher les tensions des dipôles intervenant et préciser les branchements de l'oscilloscope.

2. Décrire brièvement la signification physique des phases 1 et 2, correspondant respectivement aux deux demi-périodes de la tension délivrée par le GBF.

La bobine s'oppose aux variations du courant dans le circuit. Pendant la phase 1, on observe l'établissement progressif du courant (u_2 croît exponentiellement) à compter de l'instant où la tension u_G passe de la valeur 0 à la valeur E. Au début de la phase 2, la tension u_G s'annule et on observe alors l'annulation progressive du courant (u_2 décroît exponentiellement).

3. À partir de l'oscillogramme du circuit n°2, déterminez la tension $u_{L\infty}$ aux bornes de la bobine lors du régime permanent de la phase 1.

Loi d'additivité des tensions : $u_G = u_L + u_2$.

Lorsque le régime permanent de la phase 1 est atteint : u_G = E = 6,0V et $u_{2\infty}$ = 5,5 V (lecture graphique). Ainsi : $\boxed{u_{L\infty} = E - u_{2\infty}}$ soit : $u_{L\infty}$ = 6,0 – 5,5 = **0,55 V**

4. <u>Détermination des caractéristiques du circuit à l'aide de données fournies par un système d'acquisition</u>

a) Pourquoi la connaissance des valeurs de u_2 a-t-elle permis d'en déduire celles de i ?

$u_2 = R_2.i \Rightarrow i = \dfrac{u_2}{R_2}$: suivre les variations de u_2 permet donc connaître les variations de i (à un coefficient $\dfrac{1}{R_2}$ près).

b) Donner la signification physique des constantes i_0 et τ_2.

La constante i_0 est la valeur de l'intensité du courant au début de la phase 2. Elle est égale à la valeur de l'intensité du courant établi en fin de phase 1.

La constante de temps τ_2 du circuit est une durée caractéristique de la durée du régime transitoire.

c) Établir l'expression de ln(i) en fonction du temps à partir de la relation (*).

$i = i_0 . e^{-\frac{t}{\tau_2}} \Rightarrow \ln i = \ln i_0 + \ln(e^{-\frac{t}{\tau_2}}) \Rightarrow \boxed{\ln i = \ln i_0 - \frac{1}{\tau_2}t}$ (1)

d) Déterminer l'équation de la courbe. En déduire les valeurs des paramètres i_0 et τ_2.

Le graphe tracé est une droite de pente négative. Son équation est de la forme : ln i = a.t + b avec a < 0.

A est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine. Par lecture graphique on obtient : b = 3,9

On considère deux points de la droite : M(0 ms ; 3,9) et N(2,48ms ; -1,0)

$$a = \frac{\ln i_M - \ln i_M}{t_M - t_N} = \frac{3,9 + 1,0}{0 - 2,48 \times 10^{-3}} = -2,0\ m.s^{-1}$$

Numériquement (avec t en ms) on obtient : $\boxed{\ln i = 3,9 - 2,0\,t}$ (2)

En identifiant les relations (1) et (2) on peut déterminer les constantes i_0 et τ_2 :

$\ln i_0 = 3,9 \Rightarrow$ $\mathbf{i_0 = e^{3,9} = 50\ mA}$ et $\dfrac{1}{\tau_2} = 2,0\ ms^{-1} \Rightarrow$ $\mathbf{\tau_2 = 0,50\ ms}$

e) À l'aide de l'oscillogramme n°2 du circuit n°2 (annexe 3) et de la valeur de i_0, déterminer la valeur de la résistance R_2, puis la valeur de la résistance r de la bobine.

Sur l'oscillogramme n°2, on peut lire que $u_2(0) = 5{,}5$ V.

Or : $u_2(0) = R_2.i_0$ => $\boxed{R_2 = \dfrac{u_2(0)}{i_0}}$ soit : $\mathbf{R_2} = \dfrac{5{,}5}{5{,}0\times 10^{-2}} = \mathbf{1{,}1 \times 10^2\ \Omega}$

A la fin de la phase 1 (régime permanent), la tension aux bornes de la bobine est $u_{L\infty} = 0{,}50$ V.

Or, en régime permanent, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r.

On a donc : $u_{L\infty} = r.i_0$ => $\boxed{r = \dfrac{u_{L\infty}}{i_0}}$ soit : $\mathbf{r} = \dfrac{0{,}50}{50\times 10^{-3}} = \mathbf{10\ \Omega}$

f) Déterminer la valeur de l'inductance L.

Par définition : $\tau_2 = \dfrac{L}{R_2 + r}$ => $\boxed{L = \tau_2.(R_2 + r)}$ soit : $\mathbf{L} = 0{,}50 \times 10^{-3} \times 1{,}2 \times 10^2 = \mathbf{6{,}0 \times 10^{-2}\ H}$