

TS	Physique	La pile et le condensateur	Exercice résolu
----	----------	----------------------------	-----------------

### Enoncé

- *Remarque* : sauf indication contraire, toutes les réponses seront justifiées.
- *Donnée* :  $\mathcal{F} = 9,65 \times 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$

#### A. Première partie : réalisation d'une pile

On souhaite réaliser un pile électrochimique. Pour cela, on dispose

- d'une lame de zinc (en excès),
- d'une lame de cuivre (en excès),
- d'un volume  $V_1 = 100 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse de sulfate de zinc de concentration molaire  $c_1 = 1,0 \text{ mol.L}^{-1}$  en soluté apporté,
- d'un volume  $V_2 = 100 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse de sulfate de cuivre de concentration molaire  $c_2 = 1,0 \text{ mol.L}^{-1}$ ,
- d'un pont salin.

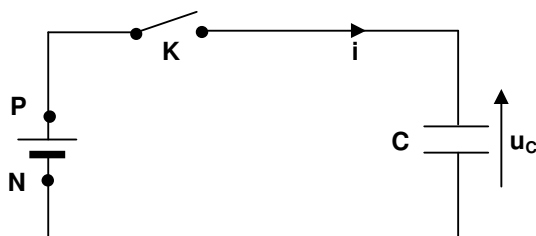
L'expérience est réalisée à la température de  $25^\circ\text{C}$ . A cette température, la constante d'équilibre associée à la réaction :  $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} + \text{Zn}_{(\text{s})} = \text{Zn}^{2+}_{(\text{aq})} + \text{Cu}_{(\text{s})}$  est  $K = 4,6 \times 10^{36}$ .

La pile ainsi réalisée est placée dans un circuit électrique comportant une résistance  $R$  et un interrupteur  $K$ . On ferme le circuit à l'instant de date  $t_0 = 0 \text{ s}$ .

1. Compléter la légende du schéma en annexe.
2. Déterminer le quotient de réaction  $Q_{r,i}$  du système ainsi constitué à la date  $t_0$ . En déduire le sens d'évolution spontané du système.
3. Ecrire, pour chaque électrode, la demi-équation correspondant au couple qui intervient.
4. Compléter le schéma en annexe en indiquant, sans justifier, la polarité de la pile, les sens de circulation du courant, des électrons, des cations et des anions.
5. Calculer la capacité théorique  $Q_{\text{max}}$  de cette pile en considérant qu'elle s'arrête de fonctionner quand le réactif limitant a été entièrement consommé.

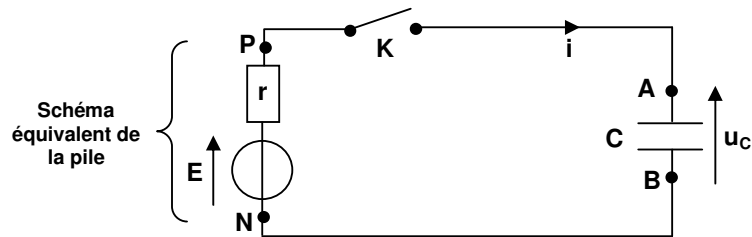
#### B. Deuxième partie : charge d'un condensateur

On réalise un circuit électrique en montant en série la pile étudiée précédemment, un condensateur de capacité  $C = 330 \mu\text{F}$  et un interrupteur  $K$  (voir schéma ci-dessous) :



Pour visualiser l'évolution de la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur, on utilise un oscilloscope à mémoire. A l'instant de date  $t_0 = 0 \text{ s}$ , on ferme l'interrupteur  $K$  et on obtient l'oscillogramme représentatif de la fonction  $t \rightarrow u_c(t)$  (voir courbe en annexe).

Pour interpréter cet oscillogramme, on modélise la pile par l'association en série d'une résistance  $r$  et d'un générateur idéal de tension de f.e.m  $E$  (voir schéma ci-dessous) :



1. A l'instant de date  $t_1 = 20 \text{ s}$ , on considère que le condensateur est complètement chargé. Déterminer la valeur de l'intensité  $i_1$  du courant qui circule alors dans le circuit et la valeur de  $E$ .

2. a) Donner, sans justifier, l'expression littérale de la constante de temps  $\tau$  du circuit. Montrer, par une analyse dimensionnelle, que cette grandeur est de même dimension qu'une durée.

b) Déterminer graphiquement la valeur de  $\tau$  par une méthode au choix.

c) En déduire la résistance interne  $r$  de la pile.

3. a) Sans justifier, donner :

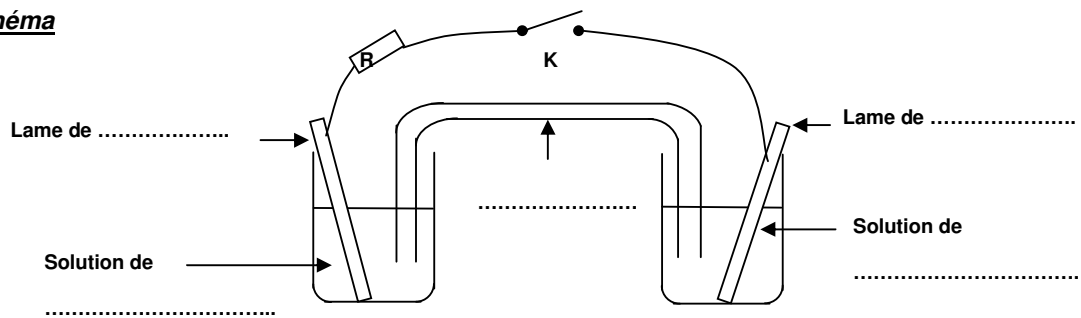
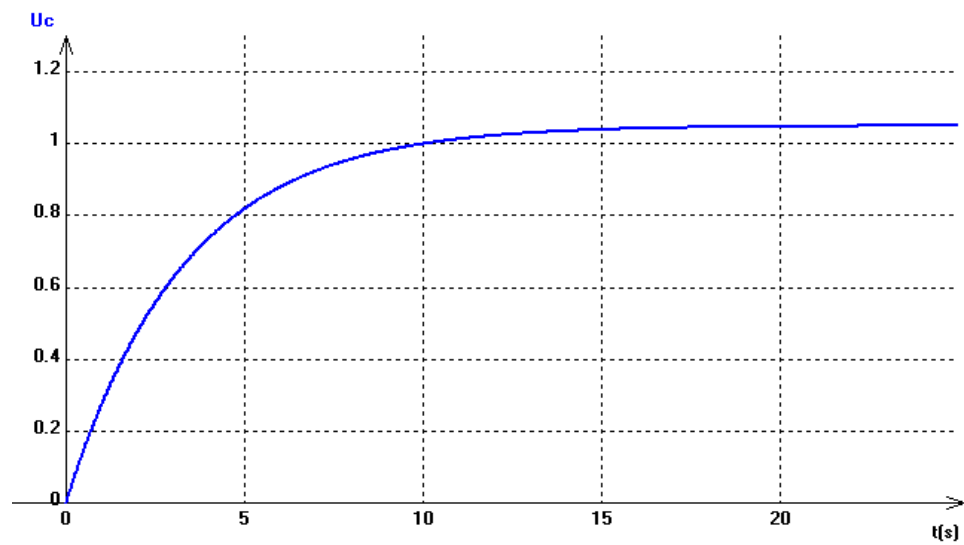
- la relation entre l'intensité  $i$  du courant et la charge  $q$  portée par l'armature  $A$  du condensateur,
- la relation entre  $q$  et la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur.

b) Montrer qu'à partir de l'instant de date  $t_0$ , la tension  $u_c$  vérifie l'équation différentielle suivante :

$$E = u_c + r.C \left( \frac{du_c}{dt} \right)$$

c) La solution générale de cette équation différentielle est de la forme :  $u_c = E(1 - e^{-\alpha.t})$ . En déduire l'expression littérale de  $\alpha$ .

## Annexe

SchémaCourbe



b) Déterminer graphiquement la valeur de  $\tau$  par une méthode au choix.

La constante de temps  $\tau$  est la durée au bout de laquelle la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur est égale à 63 % de sa valeur finale :  $0,63.E = 0,63 \times 1,05 = 6,6 \times 10^{-1} \text{ V}$ .

Par lecture sur la courbe : le point d'ordonnée  $6,6 \times 10^{-1} \text{ V}$  a pour abscisse  $t = \tau = 3,3 \text{ s}$

c) En déduire la résistance interne  $r$  de la pile

$$\tau = r.C \Rightarrow r = \frac{\tau}{C} \quad \text{soit : } r = \frac{3,3}{330 \times 10^{-6}} = 1,0 \times 10^4 \Omega$$

3. a) Sans justifier, donner :

- la relation entre l'intensité  $i$  du courant et la charge  $q$  portée par l'armature  $A$  du condensateur,
- la relation entre  $q$  et la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur.

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{et} \quad q = C.u_c$$

b) Montrer qu'à partir de l'instant de date  $t_0$ , la tension  $u_c$  vérifie l'équation différentielle suivante :

$$E = u_c + r.C \left( \frac{du_c}{dt} \right)$$

$$\text{Loi des mailles : } E = u_c + ri = u_c + r \cdot \frac{dq}{dt}. \text{ Or : } \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt} \Rightarrow E = u_c + r.C \left( \frac{du_c}{dt} \right)$$

c) La solution générale de cette équation différentielle est de la forme :  $u_c = E(1 - e^{-\alpha t})$ . En déduire l'expression littérale de  $\alpha$ .

$$\left( \frac{du_c}{dt} \right) = E.\alpha.e^{-\alpha.t} \Rightarrow E = E(1 - e^{-\alpha.t}) + r.C.E.\alpha.e^{-\alpha.t} \Rightarrow E = E - E.e^{-\alpha.t} + r.C.E.\alpha.e^{-\alpha.t}$$

$$\text{Cette égalité est vérifiée si : } E = r.C.E.\alpha \Rightarrow 1 = \tau.\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau}$$