TS	Physique	**Satellite à la recherche de sa planète**	Exercice résolu

Enoncé

Le centre spatial de Kourou a lancé le 21 décembre 2005, avec une fusée Ariane 5, un satellite de météorologie de seconde génération baptisé MSG-2. Tout comme ses prédécesseurs, il est placé sur une orbite géostationnaire à 36000 km d'altitude. Opérationnel depuis juillet 2006, il porte maintenant le nom de Météosat 9. Ces satellites de seconde génération sont actuellement les plus performants au monde dans le domaine de l'imagerie météorologique. Ils assureront jusqu'en 2018 la fourniture de données météorologiques, climatiques et environnementales.

L'objectif de cet exercice est d'étudier plusieurs étapes de la mise en orbite de ce satellite (les trois parties sont indépendantes).

A. <u>Première partie : décollage de la fusée Ariane V</u>

- Pour ce lancement, la fusée Ariane 5 a une masse totale M. Sa propulsion est assurée par un ensemble de dispositifs fournissant une force de poussée $\vec{F}$ verticale et constante. Tout au long du décollage, on admet que la valeur g du vecteur champ de pesanteur est également constante.
- On étudie le mouvement du système {fusée} dans le référentiel terrestre supposé galiléen et on choisit un repère $(O, \vec{j})$ dans lequel $\vec{j}$ est un vecteur unitaire vertical dirigé vers le haut et porté par l'axe Oy.
- À l'instant $t_0 = 0$ s, Ariane 5 est immobile et son centre d'inertie G est confondu avec l'origine O du repère.

Données :
- Masse totale de la fusée : $M = 7{,}3 \times 10^{5}$ kg
- Force de poussée : $F = 1{,}16 \times 10^{7}$ N
- Valeur du vecteur champ de pesanteur : $g = 10$ m.s^{-2}

1. *Cas idéal*

Dans ce cas, on supposera que seuls le poids $\vec{P}$ et la force de poussée agissent sur la fusée et, pendant la durée de fonctionnement, on admettra que la masse M de la fusée reste constante.

a) Sans échelle, représenter ces forces, au point G, pendant le décollage, sur le schéma de l'annexe 1.
b) En appliquant la 2ème loi de Newton au système, trouver établir l'expression de la valeur a du vecteur accélération du centre d'inertie de la fusée dès que celle-ci a quitté le sol.
c) Calculer cette valeur.
d) Pendant le lancement, on suppose que la valeur a du vecteur accélération de G reste constante. Etablir l'expression de la valeur v du vecteur vitesse en fonction du temps.
e) En déduire l'équation horaire du mouvement de G.
f) La trajectoire ascensionnelle de la fusée reste verticale jusqu'à la date $t_1 = 6{,}0$ s. Quelle distance d la fusée a-t-elle alors parcourue depuis son décollage ?

2. Cas réel

Au cours de ce lancement, Ariane 5 a en fait parcouru un peu moins de 90 m pendant les 6 premières secondes. Citer un phénomène permettant d'interpréter cette donnée.

Dans la suite de l'exercice, on suppose que la Terre est une sphère de centre d'inertie T, de masse M_T, de rayon R_T. On assimile par ailleurs le satellite à son centre d'inertie S. L'étude de son mouvement se fait dans un référentiel géocentrique supposé galiléen.

Données :
- Masse de la Terre : $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg
- Rayon de la Terre : $R_T = 6{,}4 \times 10^{3}$ km
- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $kg^{-1}.m^3.s^{-2}$

B. Deuxième partie : mise en orbite basse du satellite

La mise en orbite complète du satellite MSG-2 de masse $m = 2{,}0 \times 10^{3}$ kg s'accomplit en deux étapes. Dans un premier temps, il est placé autour de la Terre sur une orbite circulaire à basse altitude ($h = 6{,}0 \times 10^2$ km) et le vecteur vitesse de son centre d'inertie a pour valeur constante v_S. Il n'est alors soumis qu'à la force gravitationnelle $\vec{F}_{T/S}$ exercée par la Terre.
On choisit une base de Frenet $(S, \vec{\tau}, \vec{n})$ dans laquelle $\vec{\tau}$ est un vecteur unitaire tangent à la trajectoire dans le sens du mouvement et $\vec{n}$ un vecteur unitaire perpendiculaire à $\vec{\tau}$ et orienté vers le centre d'inertie T de la Terre.

1. Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite.

2. Etablir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_S$ du centre d'inertie du satellite.

3. Sans souci d'échelle, représenter sur un schéma, à un instant de date t quelconque, la Terre, le satellite, la base de Frenet ainsi que le vecteur accélération $\vec{a}_S$.

4. Déterminer l'expression de v_S et vérifier que cette valeur est égale à $7{,}6 \times 10^{3}$ $m.s^{-1}$.

5. On note T le temps mis par le satellite pour faire un tour autour de la Terre. Comment appelle-t-on cette grandeur ? Montrer qu'elle vérifie la relation : $T^2 = 4\pi^2.\dfrac{(R_T + h)^3}{G.M_T}$.

C. Troisième partie : transfert du satellite en orbite géostationnaire

Une fois le satellite MSG-2 placé sur son orbite circulaire basse, on le fait passer sur une orbite géostationnaire à l'altitude $h' = 3{,}6 \times 10^{4}$ km. Ce transit s'opère sur une orbite de transfert qui est elliptique. Le schéma de principe est représenté en annexe 2.
Le périgée P est sur l'orbite circulaire basse et l'apogée A est sur l'orbite définitive géostationnaire.
À un moment convenu, lorsque le satellite est au point P de son orbite circulaire basse, on augmente sa vitesse de façon bien précise : il décrit ainsi une orbite elliptique de transfert afin que l'apogée A de l'ellipse soit sur l'orbite géostationnaire définitive. On utilise pour cela un petit réacteur qui émet en P, pendant un très court instant, un jet de gaz donnant au satellite l'impulsion nécessaire.

1. Énoncer la deuxième loi de Kepler, ou « loi des aires ».

2. Sans justifier, dire si la vitesse du satellite MSG-2 est constante sur son orbite de transfert. Si non, préciser en quels points la vitesse est maximale et minimale.

3. Exprimer la distance AP en fonction de R_T, h et h' et montrer que AP = $4{,}9 \times 10^{7}$ m.

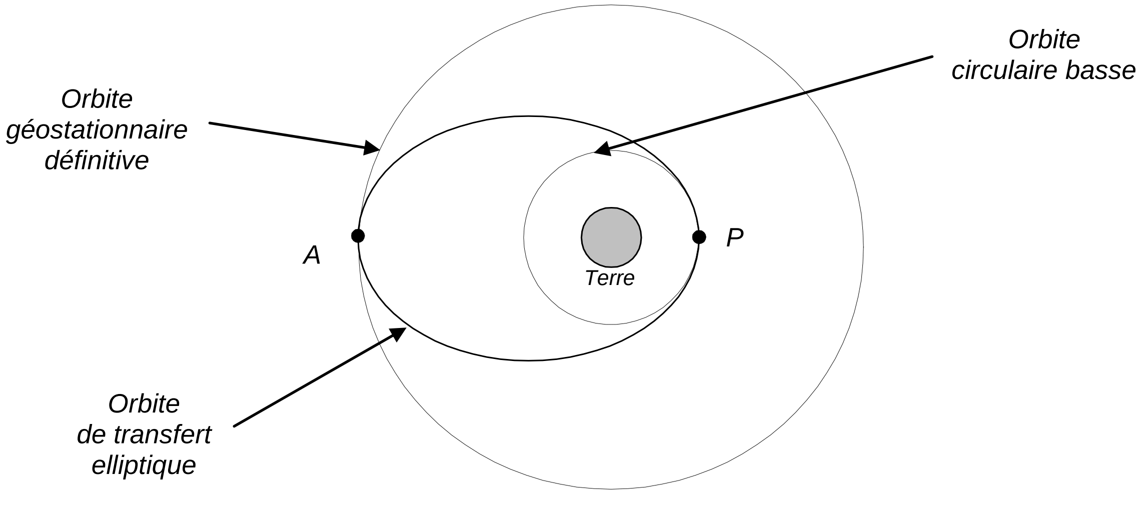
4. Dans le cas de cette orbite elliptique, la durée de révolution pour faire un tour complet de l'orbite vaut : T' = 10h 42min. Déterminer la durée minimale Δt du transfert du satellite MSG-2 du point P de son orbite basse au point A de son orbite géostationnaire définitive.

5. Le satellite étant arrivé au point A, on augmente à nouveau sa vitesse pour qu'il décrive ensuite son orbite géostationnaire définitive. Le lancement complet du satellite est alors achevé et le processus permettant de le rendre opérationnel peut débuter. Expliquer pourquoi il est judicieux de lancer les satellites géostationnaires d'un lieu comme Kourou en Guyane.

Annexes

Annexe 1

Annexe 2



Corrigé

A. Première partie : décollage de la fusée Ariane V

1. Cas idéal

a) Sans échelle, représenter ces forces, au point G, pendant le décollage, sur le schéma de l'annexe 2.
b) En appliquant la 2ème loi de Newton au système, établir l'expression de la valeur a du vecteur accélération du centre d'inertie de la fusée dès que celle-ci a quitté le sol.

2ème loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = M.\vec{a}$

Projection dans le repère $(O, \vec{j})$: $P_y.\vec{j} + F_y.\vec{j} = M.a_y.\vec{j}$ => $P_x + F_x = M.a_x$

avec : $P_y = - P = - M.g$; $F_y = F$; $a_y = a$

=> $- M.g + F = M.a$ et $\boxed{a = \frac{F}{M} - g}$

c) Calculer cette valeur.

$$a = \frac{1{,}16 \times 10^7}{7{,}3 \times 10^5} - 10 = \mathbf{5{,}9\ m.s^{-2}}$$

d) Pendant le lancement, on suppose que la valeur a du vecteur accélération de G reste constante. Etablir l'expression de la valeur v du vecteur vitesse en fonction du temps.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ => $\vec{v}$ est une primitive de $\vec{a}$, v_y est une primitive de a_y et v est une primitive de a ($v_y > 0$ et $a_y > 0$) : v = 5,9.t + cte. A t = 0 on a v = 0 => Cte = 0 et $\boxed{v = 5{,}9.t}$

e) En déduire l'équation horaire du mouvement de G.

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ => $\overrightarrow{OG}$ est une primitive de $\vec{v}$ et y est une primitive de v (y > 0) : $y = 3{,}0.t^2 + Cte$

A t = 0 on a y = 0 => Cte = 0 et $\boxed{y = 3{,}0.t^2}$

f) La trajectoire ascensionnelle de la fusée reste verticale jusqu'à la date t_1 = 6,0 s. Quelle distance d la fusée a-t-elle alors parcourue depuis son décollage ?

$\boxed{d = 3{,}0.t_1^2}$ soit : $\mathbf{d} = 3{,}0 \times (6{,}0)^2 = \mathbf{1{,}1 \times 10^2\ m}$

2. Cas réel

Au cours de ce lancement, Ariane 5 a en fait parcouru un peu moins de 90 m pendant les 6 premières secondes. Citer un phénomène permettant d'interpréter cette donnée.

Les forces de frottement, opposées au sens de déplacement de la fusée, n'ont pas été prises en compte dans le cas idéal.

B. Deuxième partie : mise en orbite basse du satellite

1. Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite.

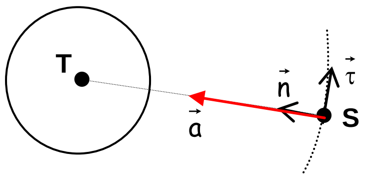
$$\boxed{\vec{F}_{T/S} = G.\frac{M_T.m}{(R_T + h)^2}.\vec{n}}$$

2. Etablir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_S$ du centre d'inertie du satellite.

2ème loi de Newton : $\vec{F}_{T/S} = m.\vec{a}_S$

=> $m.\vec{a}_S = G.\frac{M_T.m}{(R_T + h)^2}.\vec{n}$ et $\boxed{\vec{a}_S = G.\frac{M_T}{(R_T + h)^2}.\vec{n}}$

3. Sans souci d'échelle, représenter sur un schéma, à un instant de date t quelconque, la Terre, le satellite, la base de Frenet ainsi que le vecteur accélération $\vec{a}_S$.



4. Déterminer l'expression de v_S et vérifier que cette valeur est égale à $7,6 \times 10^3\ m.s^{-1}$.

Le mouvement est circulaire uniforme, donc : $\vec{a}_S = \dfrac{v_S^2}{(R_T + h)}.\vec{n}$

Or (cf. question 2) : $\vec{a}_S = G.\dfrac{M_T.m}{(R_T+h)^2}.\vec{n}$ => $\dfrac{v_S^2}{(R_T+h)} = G.\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2}$ et $\boxed{v_S = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{(R_T+h)}}}$ (1)

Soit : $v_S = \sqrt{\dfrac{6,67\times10^{-11}\times6,0\times10^{24}}{(6,4\times10^6+6,0\times10^5)}}$ = $\mathbf{7,6 \times 10^3\ m.s^{-1}}$

5. On note T le temps mis par le satellite pour faire un tour autour de la Terre. Comment appelle-t-on cette grandeur ? Montrer qu'elle vérifie la relation : $T^2 = 4\pi^2.\dfrac{(R_T+h)^3}{G.M_T}$.

T est la période de révolution du satellite.

$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ et $\omega = \dfrac{v_S}{(R_T+h)}$ => $T = 2\pi.\dfrac{(R_T+h)}{v_S}$ et $v_S = 2\pi.\dfrac{(R_T+h)}{T}$ (2)

Les expressions (1) et (2) sont égales : $2\pi.\dfrac{(R_T+h)}{T} = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{(R_T+h)}}$ => $4\pi^2.\dfrac{(R_T+h)^2}{T^2} = G.\dfrac{G.M_T}{(R_T+h)}$

Finalement : $\boxed{T^2 = 4\pi^2.\dfrac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}$

C. <u>Troisième partie : transfert du satellite en orbite géostationnaire</u>

1. Énoncer la deuxième loi de Kepler, ou « loi des aires ».

Le rayon vecteur $\overrightarrow{TS}$ balaie des aires égales pendant des durées égales.

2. Sans justifier, dire si la vitesse du satellite MSG-2 est constante sur son orbite de transfert. Si non, préciser en quels points la vitesse est maximale et minimale.

La vitesse du satellite MSG-2 n'est pas constante sur son orbite de transfert. Elle est maximale au périgée (point P) et minimale à l'apogée (point A).

3. Exprimer la distance AP en fonction de R_T, h et h' et montrer que AP = $4,9 \times 10^7$ m.

$\boxed{AP = 2.R_T + h + h'}$

Soit : **AP** =(2 x 6,4 x 10^6) + 6,0 x 10^5 + 3,6 x 10^7 = **4,9 x 10^7 m** ou **4,9 x 10^4 km**

4. Dans le cas de cette orbite elliptique, la durée de révolution pour faire un tour complet de l'orbite vaut : T' = 10h 42min. Déterminer la durée minimale Δt du transfert du satellite MSG-2 du point P de son orbite basse au point A de son orbite géostationnaire définitive.

$\boxed{\Delta t = \dfrac{T'}{2}}$ soit : $\Delta t = \dfrac{10h42min}{2}$ = **5h 21 min**

5. Le satellite étant arrivé au point A, on augmente à nouveau sa vitesse pour qu'il décrive ensuite son orbite géostationnaire définitive. Le lancement complet du satellite est alors achevé et le processus permettant de le rendre opérationnel peut débuter. Expliquer pourquoi il est judicieux de lancer les satellites géostationnaires d'un lieu comme Kourou en Guyane.

Kourou est située sur l'Equateur et l'orbite d'un satellite géostationnaire doit être dans le plan équatorial. Dès son lancement, le satellite est dans son plan orbital.