TS	Bombe H	Exercice résolu

Énoncé

Les recherches sur l'énergie nucléaire se développèrent considérablement au moment de la deuxième guerre mondiale. Plusieurs physiciens travaillèrent sur des projets d'armes nucléaires exploitant la puissance produite par la réaction de fission nucléaire. Ainsi, en août 1945, les américains larguent deux bombes atomiques, dites bombes A, sur Hiroshima et Nagasaki (Japon).

La première bombe H (ou bombe à hydrogène), nommée Ivy Mike, fut testée par les américains le 1er novembre 1952 sur l'atoll d'Eniwetok (Iles Marshall, Océan Pacifique), en dégageant une énergie cent fois plus importante que les bombes A d'Hiroshima et Nagasaki, soit l'équivalent de l'énergie dégagée par une masse m = 10,4 Mt de TNT (trinitrotoluène). La bombe H est une bombe nucléaire dont l'énergie provient de la fusion de noyaux légers. Elle est constituée de deux parties :

- une partie haute (ou primaire) formée d'une bombe à fission où se déroule une réaction en chaîne,
- une partie basse (ou secondaire) formée de matériau fusible.

L'énergie libérée par la bombe à fission sous forme de rayonnement permet de comprimer le combustible de fusion jusqu'à ce que sa densité soit suffisamment élevée pour déclencher des réactions de fusion. L'explosion d'une bombe H se déroule sur un intervalle de temps très court : l'ensemble des réactions de fission et de fusion réclame 600 milliardièmes de seconde.

On se propose d'étudier le fonctionnement très simplifié de la première bombe à hydrogène contenant :
- de l'uranium 235 dans sa partie primaire,
- un mélange constitué d'une masse m_1 = 51,4 kg de deutérium ${}^{2}_{1}H$ et d'une masse m_2 = 77,1 kg de tritium ${}^{3}_{1}H$ dans sa partie secondaire.

L'explosion d'une telle bombe entraîne le rejet dans l'atmosphère de divers noyaux dont la plupart sont radioactifs, de demi-vies très variables.

Pour simplifier l'étude, on considérera :
- que la partie haute est le siège d'une seule réaction de fission d'équation :

$$ {}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{142}_{56}Ba + {}^{92}_{36}Kr + 2\,{}^{1}_{0}n + \gamma \quad (1)$$

- que la partie basse de la bombe est le siège de la réaction de fusion d'équation :

$$ {}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n + \gamma \quad (2)$$

Données :

Particule ou noyau	neutron	hydrogène 1 (proton)	hydrogène 2 (deutérium)	hydrogène 3 (tritium)	hélium 4	uranium 235
Symbole	${}^{1}_{0}n$	${}^{1}_{1}H$	${}^{2}_{1}H$	${}^{3}_{1}H$	${}^{4}_{2}He$	${}^{235}_{92}U$
Masse (u)	1,008665	1,007277	2,014102	3,016049	4,002603	235,0150
Masse (kg)	$1,674927 \times 10^{-27}$	$1,672622 \times 10^{-27}$	$3,34449 \times 10^{-27}$	$5,00827 \times 10^{-27}$	$6,64648 \times 10^{-27}$	$3,902515 \times 10^{-25}$

Unité de masse atomique	$u = 1,660539 \times 10^{-27}$ kg
Énergie de masse de l'unité de masse atomique	E = 931,5 MeV
Électronvolt	$1,0$ eV $= 1,602 \times 10^{-19}$ J
Célérité de la lumière dans le vide	$c = 2,99792 \times 10^{8}$ m.s^{-1}

Extrait de la classification périodique des éléments :

$_{55}Cs$	$_{56}Ba$	$_{57}La$
césium	baryum	lanthane

A. <u>Première partie</u> : étude de la réaction de fission

1. Définir les termes fission nucléaire et fusion nucléaire.

2. *a)* Définir l'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau.
b) Déterminer la valeur, en MeV, de l'énergie de liaison E_ℓ du noyau d'uranium 235.
c) En déduire la valeur de l'énergie de liaison par nucléon de ce noyau.

3. En annexe 1, placer le noyau d'uranium 235 sur la courbe d'Aston et expliquer pourquoi sa réaction de fission libère de l'énergie.

B. <u>Deuxième partie</u> : étude de la réaction de fusion

1. Pourquoi la réalisation de réactions de fusion en laboratoire nécessite l'apport d'une très grande énergie ?

2. Calculer le nombre N_1 de noyaux de deutérium présents dans le deuxième étage de la bombe.

3. *a)* En admettant que le deuxième étage de la bombe contient autant de noyaux de tritium que de noyaux de deutérium, déterminer la valeur, en MeV, de la variation d'énergie ΔE lors de la réaction de fusion entre un noyau de deutérium et un noyau de tritium selon l'équation (2).
b) En déduire la valeur, en J, de l'énergie E_2 libérée par la fusion du contenu du deuxième étage de la bombe.
c) Sous quelle forme cette énergie est-elle libérée ?
d) Sachant qu'une tonne (t) de TNT libère une énergie de $Q = 4{,}18 \times 10^9$ J, retrouver la valeur de l'énergie E_2 libérée par la bombe H.

C. <u>Troisième partie</u> : décroissance radioactive du noyau de baryum 141

Le noyau de baryum 141, déchet de l'explosion de la bombe H, est un émetteur β^- de demi-vie $t_{1/2} = 4{,}81 \times 10^7$ s.
On rappelle l'expression de l'équation différentielle vérifiée par le nombre N de noyaux présents dans un échantillon radioactif : $\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda.N(t)$ (λ : constante radioactive du noyau considéré)
A l'aide de la méthode d'Euler, on cherche à déterminer quantitativement l'évolution du nombre de noyaux N en fonction du temps (le pas du calcul sera noté Δt).

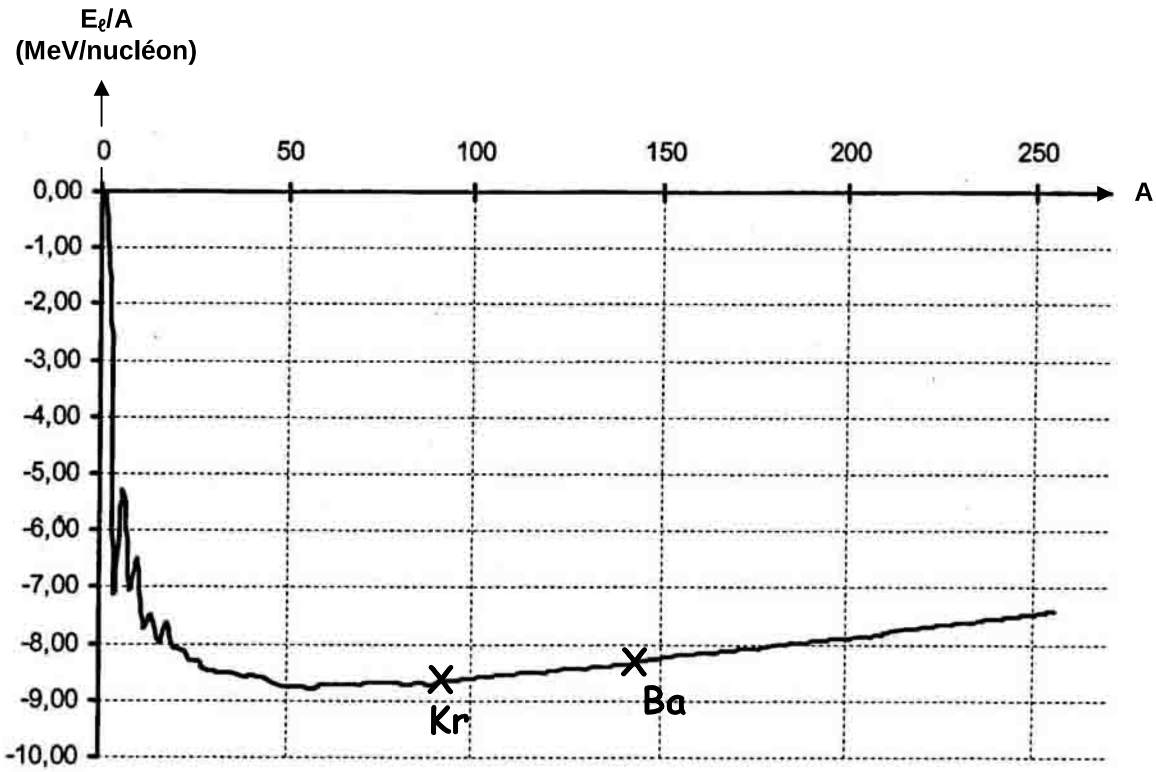
1. *a)* Donner la définition de la demi-vie d'un échantillon radioactif.
b) Montrer que la constante radioactive λ du noyau de baryum 141 est égale à $1{,}44 \times 10^{-8}$ s^{-1}.

2. Écrire l'équation de désintégration d'un noyau de baryum 141.

3. *a)* Expliquer brièvement le principe de la méthode d'Euler.
b) <u>Établir</u> la relation de récurrence liant les grandeurs $N(t)$, $N(t + \Delta t)$, λ et Δt.
c) Compléter le tableau donné en annexe 2 (les calculs seront présentés sur la copie).

Annexes

Annexe 1



Annexe 2

	t (s)	N
0	$3{,}00 \times 10^{6}$	$1{,}226 \times 10^{26}$
1	$3{,}50 \times 10^{6}$	$1{,}217 \times 10^{26}$
2	$4{,}00 \times 10^{6}$	$1{,}208 \times 10^{26}$
3	$4{,}50 \times 10^{6}$	
4	$5{,}00 \times 10^{6}$	$1{,}191 \times 10^{26}$
5	$5{,}50 \times 10^{6}$	
6	$6{,}00 \times 10^{6}$	$1{,}174 \times 10^{26}$
7	$6{,}50 \times 0^{6}$	$1{,}165 \times 10^{26}$
8	$7{,}00 \times 10^{6}$	$1{,}157 \times 10^{26}$

Corrigé

A. Première partie : étude de la réaction de fission

1. Définir les termes fission nucléaire et fusion nucléaire.

La fission est une réaction nucléaire dans laquelle un noyau fissile est, sous l'impact d'un neutron, scindé en deux noyaux plus légers et plus stables.

La fusion est une réaction nucléaire dans laquelle deux noyaux légers fusionnent en un noyau plus lourd et plus stable.

2. a) Définir l'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau.

C'est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour le dissocier en tous ses nucléons isolés et au repos.

b) Déterminer la valeur, en MeV, de l'énergie de liaison E_ℓ du noyau d'uranium 235.

$E_\ell = \Delta m.c^2$ (avec $\Delta m > 0$: défaut de masse du noyau)

$$\boxed{E_\ell = [Z.m_p + (A - Z).m_n].c^2 - m({}^{A}_{Z}X).c^2}$$

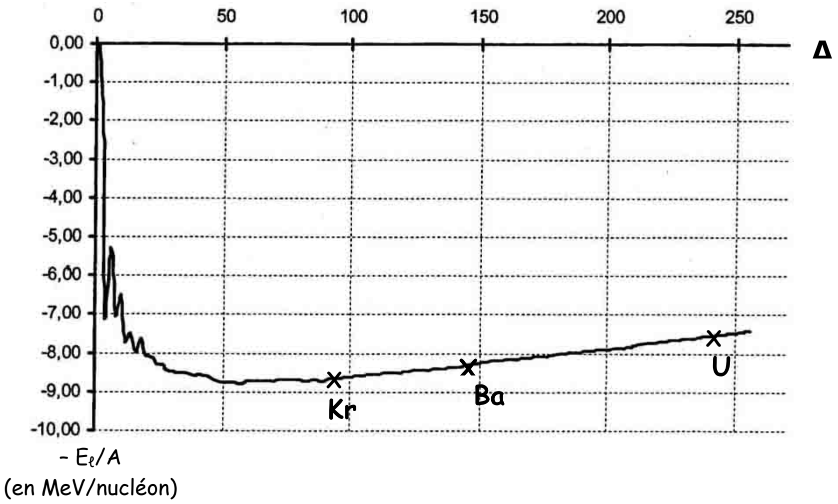
Soit : $\mathbf{E_\ell}$ = [(92 x 1,007277) + ((235 – 92) x 1,008665) – 235,0150] x 931,5 = **1,764 x 10^3 MeV**

c) En déduire la valeur de l'énergie de liaison par nucléon de ce noyau.

$$\frac{E_\ell}{A} = \frac{1{,}764 \times 10^3}{235} = \mathbf{7{,}506\ MeV.nucléon^{-1}}$$

3. En annexe 1, placer le noyau d'uranium 235 sur la courbe d'Aston et expliquer pourquoi sa réaction de fission libère de l'énergie.

Puisque les noyaux formés Kr et Ba sont situés plus bas sur la courbe d'Aston, on peut dire qu'ils ont une énergie de liaison par nucléon plus grande que celle du noyau de départ, l'uranium. La réaction de fission nucléaire libère de l'énergie : en effet la formation des deux noyaux à partir des nucléons isolés et au repos libère une énergie supérieure à l'énergie nécessaire pour casser le noyau d'uranium en ses nucléons isolés et au repos.



B. Deuxième partie : étude de la réaction de fusion

1. Pourquoi la réalisation de réactions de fusion en laboratoire nécessite l'apport d'une très grande énergie ?

Il est difficile de réaliser en laboratoire une réaction de fusion nucléaire puisqu'il faut apporter aux deux noyaux chargés positivement l'énergie nécessaire pour vaincre les forces de répulsion électrique afin qu'ils se rapprochent suffisamment pour que le choc et la fusion se produisent. Les réactions de fusion nécessitent ainsi des températures extrêmement élevées.

2. Calculer le nombre N_1 de noyaux de deutérium présents dans le deuxième étage de la bombe.

Il faut donc déterminer le nombre N_1 de noyaux présents dans la masse m_1.

$\boxed{N_1 = \dfrac{m_1}{m(^2_1H)}}$ soit : $\mathbf{N_1} = \dfrac{51{,}4}{2{,}0141002 \times 1{,}660539 \times 10^{-27}} = \mathbf{1{,}54 \times 10^{28}}$

3. a) En admettant que le deuxième étage de la bombe contient autant de noyaux de tritium que de noyaux de deutérium, déterminer la valeur, en MeV, de la variation d'énergie ΔE lors de la réaction de fusion entre un noyau de deutérium et un noyau de tritium selon l'équation (2).

La variation d'énergie ΔE résulte de la variation de masse Δm_r du système au cours de la réaction :

$\Delta E = \Delta m_r.c^2$ => $\boxed{\Delta E = [(m(^4_2He) + m_n - m(^2_1H) - m(^3_1H)].c^2}$

Soit : $\mathbf{\Delta E}$ = (4,002603 + 1,008665 – 2,014102 – 3,016049) x 931,5 = **- 17,59 MeV**

b) En déduire la valeur, en J, de l'énergie E_2 libérée par la fusion du contenu du deuxième étage de la bombe.

Le deuxième étage contient autant de noyaux de deutérium que de tritium. Dans ces conditions, l'énergie E_2 libérée par la fusion du contenu du deuxième étage de la bombe est : $\boxed{E_2 = - \Delta E.N_1}$

Soit : $\mathbf{E_2} = 17{,}59 \times 1{,}54 \times 10^{28} \times 1{,}602 \times 10^{-13} = \mathbf{4{,}34 \times 10^{16}\ J}$

c) Sous quelle forme cette énergie est-elle libérée ?

Cette énergie est l'énergie cinétique des neutrons produits par la réaction et celle du rayonnement γ.

d) Sachant qu'une tonne (t) de TNT libère une énergie de $Q = 4{,}18 \times 10^9$ J, retrouver la valeur de l'énergie E_2 libérée par la bombe H.

$\boxed{E_2 = m.Q}$ soit : $\mathbf{E_2} = 10{,}4 \times 10^6 \times 4{,}18 \times 10^9 = \mathbf{4{,}35 \times 10^{16} J}$

C. <u>Troisième partie</u> : décroissance radioactive du noyau de baryum 141

1. a) Donner la définition de la demi-vie d'un échantillon radioactif.

La demi-vie d'un échantillon radioactif est la durée nécessaire pour que le nombre de noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon soit divisé par 2.

b) Montrer que la constante radioactive λ du noyau de baryum 141 est égale à $1{,}44 \times 10^{-8}\ s^{-1}$.

$t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$ => $\boxed{\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}}$ soit : $\lambda = \dfrac{\ln 2}{4{,}81 \times 10^7} = \mathbf{1{,}44 \times 10^{-8}\ s^{-1}}$

2. Écrire l'équation de désintégration d'un noyau de baryum 141.

$$^{141}_{56}Ba \rightarrow\ ^{141}_{57}La +\ ^{0}_{-1}e$$

3. a) Expliquer brièvement le principe de la méthode d'Euler.

La méthode d'Euler permet de résoudre numériquement l'équation différentielle $\dfrac{dN(t)}{dt} = - \lambda.N(t)$ en considérant que l'on peut confondre la limite du taux de variation ΔN lorsque Δt tend vers 0 avec la valeur du même taux de variation si Δt est très petit. On peut alors écrire : $\dfrac{dN(t)}{dt} = \dfrac{\Delta N}{\Delta t}$. Ainsi, en connaissant les valeurs du nombre de noyaux à la date t et le pas Δt, il est possible de calculer le nombre de noyaux à la date t + Δt.

b) <u>Établir</u> la relation de récurrence liant les grandeurs N(t), N(t + Δt), λ et Δt.

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\Delta N}{\Delta t} \Rightarrow \frac{dN(t)}{dt} = \frac{N(t+\Delta t) - N(t)}{\Delta t} \Rightarrow N(t+\Delta t) = N(t) + \frac{dN(t)}{dt}.\Delta t$$

=> $N(t + \Delta t) = N(t) - \lambda.N(t).\ \Delta t$ => $\boxed{N(t + \Delta t) = N(t).(1 - \lambda.\Delta t)}$

c) Compléter le tableau donné en annexe 2 (les calculs seront présentés sur la copie).

<u>N°3</u> : $N(4{,}50 \times 10^6) = 1{,}208 \times 10^{26} \times [1 - (1{,}44 \times 10^{-8} \times 0{,}50 \times 10^6)] = \mathbf{1{,}199 \times 10^{26}}$

<u>N°5</u> : $N(5{,}50 \times 10^6) = 1{,}191 \times 10^{26} \times [1 - (1{,}44 \times 10^{-8} \times 0{,}50 \times 10^6)] = \mathbf{1{,}182 \times 10^{26}}$